



XL OLIMPIADA MATEMÁTICA THALES
Fase Provincial
15 de marzo de 2025



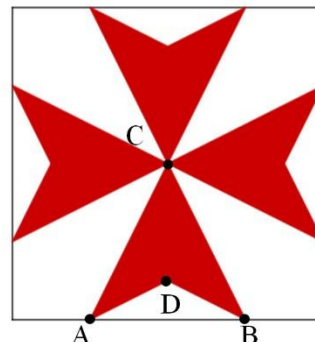
Problema n.º 1: LA CRUZ DE MALTA

La cruz de Malta es un símbolo usado desde el siglo XII como insignia por los caballeros hospitalarios de la Orden de San Juan de Jerusalén.

Se construye a partir de un cuadrado cualquiera. El punto C es el centro del mismo. La distancia AB es la mitad de la longitud del lado del cuadrado y la distancia entre el punto D y el lado AB es la cuarta parte de la distancia entre el punto C y el mismo lado.

¿Qué fracción del cuadrado representa la cruz de Malta?

Razona tu respuesta.



Solución

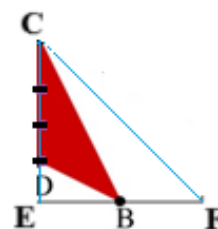
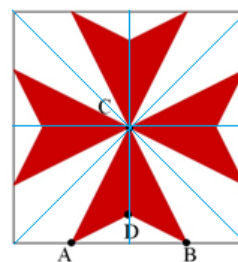
Comenzamos trazando las dos diagonales del cuadrado y las rectas horizontal y vertical que dividen al cuadrado en dos partes iguales, quedando así dividido el triángulo en 8 partes iguales. La fracción del cuadrado que ocupa la cruz coincide con la fracción de cada triángulo rectángulo isósceles que ocupa, por ejemplo, el triángulo DCB.

Dentro del triángulo isósceles EFC, la recta CB divide a este en dos triángulos de igual área. Además, como la distancia $CD = 3DE$, entonces $Area(CDB) = 3(EDB)$.

Tenemos:

$$CDB = \frac{3}{4} CBE = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} EFC = \frac{3}{8} EFC$$

Así, la cruz ocupa las tres octavas partes del cuadrado.



Otra forma de resolución:

Si tomamos como medida del lado del cuadrado la unidad, el segmento AB y el CE miden $1/2$ y el segmento ED es $1/8$

$$A_{\text{cruz Malta}} = 4 \cdot A_{\text{brazo}} = 4 \cdot \frac{3}{32} = \frac{3}{8} \text{ del cuadrado}$$

$$A_{\text{brazo}} = A_{\text{triángulo CAB}} - A_{\text{triángulo DAB}} = \frac{1}{8} - \frac{1}{32} = \frac{3}{32} \text{ del cuadrado}$$

$$A_{\text{triángulo CAB}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{8} \text{ del cuadrado}$$

$$A_{\text{triángulo DAB}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}}{2} = \frac{1}{32} \text{ del cuadrado}$$