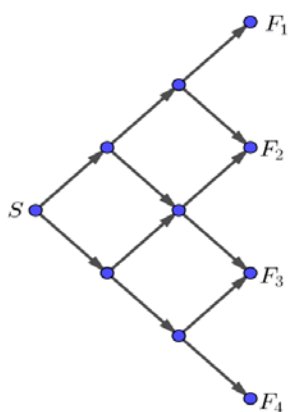




### **Problema n.º 2: JUEGOS CON DADOS**



María y Carmen juegan en el siguiente tablero compuesto por una casilla de salida S y cuatro casillas de llegada  $F_1, F_2, F_3, F_4$ . Para ello se lanza por turnos un dado de seis caras y se anota la puntuación de la primera tirada de cada jugadora, si sale PAR se mueve la ficha hacia arriba, si sale IMPAR, hacia abajo y siempre hacia la derecha. Cada movimiento hacia arriba multiplica por 2 y hacia abajo por 3.

Por ejemplo, si a una jugadora le sale un 5 en la casilla de salida y después de tres tiradas acaba en la casilla  $F_2$ , obtendría la puntuación  $5 \times 2 \times 2 \times 3 = 60$ .

Gana la partida la jugadora que obtenga mayor puntuación.

**Contesta de forma razonada** a las siguientes preguntas:

- Si María termina en  $F_4$  y su resultado final es 81, ¿qué número le salió en la casilla S?
- En esta misma partida, Carmen termina en  $F_3$  y le gana el juego a María, ¿qué números podrían haberle salido en la casilla S?
- En una nueva partida, María termina en  $F_2$  y Carmen en  $F_3$ . Calcula la probabilidad que tiene cada una de ellas de ganar. ¿Pueden empatar?
- Si ampliamos el tablero para que haya 6 casillas de llegada con las mismas reglas de juego, justifica si se pueden obtener las siguientes puntuaciones: 540, 216, 240. En caso afirmativo, ¿en qué casilla termina?
- En el mismo tablero anterior de 6 casillas de llegada hemos cambiado una de las reglas de juego. Sabemos que una jugadora ha obtenido una puntuación igual a 200, ¿qué regla se ha cambiado? ¿Qué número le salió en la casilla S?

### **Solución**

a) Si María termina en  $F_4$ , ha obtenido tres números impares en las tres tiradas. Por tanto, multiplica el número obtenido en la casilla S por  $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$ .

$$x \cdot 3^3 = 81$$

$$x = \frac{81}{3^3} = 3$$

María obtuvo un 3 en la casilla S.

b) Si Carmen termina en  $F_3$ , ha obtenido en las tiradas un número par y dos impares. Como además le gana a María, su puntuación debe ser mayor que 81. Se multiplica el número obtenido en la casilla S por  $2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$ .

$$x \cdot 2 \cdot 3^2 > 81$$



**XL OLIMPIADA MATEMÁTICA THALES**  
**Fase Provincial**  
**15 de marzo de 2025**



Número:

$$x > \frac{81}{2 \cdot 3^2} = \frac{9}{2}$$

Carmen pudo obtener un 5 o un 6 en la casilla S.

c) Si María ha terminado en  $F_2$ , ha obtenido en las tiradas dos números pares y uno impar y el número  $x$  obtenido en la casilla S se multiplica por 12 ya que las posibilidades de terminar en  $F_2$  son:

$$x \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad x \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \quad x \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$$

Si Carmen ha terminado en  $F_3$ , ha obtenido en las tiradas un número par y dos impares y el número  $x$  obtenido en la casilla S se multiplica por 18 ya que las posibilidades de terminar en  $F_3$  son:

$$x \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \quad x \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \quad x \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$$

En función del número obtenido en la casilla S, las puntuaciones obtenidas pueden ser:

María	Carmen
1·12=12	1·18=18
2·12=24	2·18=36
3·12=36	3·18=54
4·12=48	4·18=72
5·12=60	5·18=90
6·12=72	6·18=108

De las 36 posibles partidas, María gana en 10 y Carmen en 24.

Carmen	18	36	54	72	90	108
María						
12	C	C	C	C	C	C
24	M	C	C	C	C	C
36	M		C	C	C	C
48	M	M	C	C	C	C
60	M	M	M	C	C	C
72	M	M	M		C	C



**XL OLIMPIADA MATEMÁTICA THALES**  
**Fase Provincial**  
**15 de marzo de 2025**



Número:

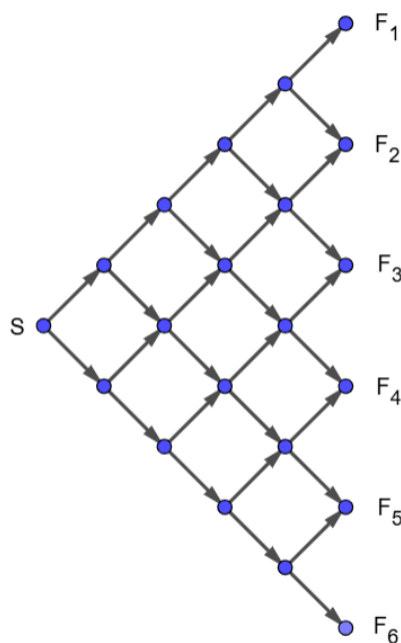
$$P(\text{Ganar María}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

$$P(\text{Ganar Carmen}) = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

Hay dos partidas en las que pueden empatar. Al obtener 36 o 72 puntos.

$$P(\text{Empatar}) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

d)



- Se factoriza  $540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

Se puede obtener la puntuación 540. Debe salir 5 en la casilla S y en las cinco tiradas se obtendrían dos números pares y tres impares. Termina en  $F_4$ .

- Se Factoriza  $216 = 2^3 \cdot 3^3 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

Se puede obtener la puntuación 216 de dos formas:

- Puede salir 3 en la casilla S y en las cinco tiradas se obtendrían tres números pares y dos impares. Termina en  $F_3$ .
- Puede salir 2 en la casilla S y en las cinco tiradas se obtendrían dos números pares y tres impares. Termina en  $F_4$ .

- Se factoriza  $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

Se puede obtener la puntuación 240. Debe salir 5 en la casilla S y en las cinco tiradas se obtendrían cuatro números pares y uno impar.

Termina en  $F_2$ .

e)  $200 = 2^3 \cdot 5^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

La regla que ha cambiado es: multiplicar por 5 si sale un número impar en lugar de multiplicar por 3.

El número obtenido en la casilla S es 1.